

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19я73

В94

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № 3 от 23.12.2020.

Составители: доцент кафедры информационных технологий и управления бизнесом ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат физико-математических наук **Т.Г. Алейникова**; доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики БГПУ имени Максима Танка, кандидат физико-математических наук **А.И. Шербаф**

Рецензенты:

доцент кафедры прикладного и системного программирования ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат физико-математических наук, доцент *Е.А. Корчевская*;
заведующий отделом вычислительной математики Института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук *Г.Ф. Громыко*

В94 **Вычислительные методы** : курс лекций / сост.: Т.Г. Алейникова, А.И. Шербаф. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2021. – 82 с.

В учебном издании излагаются теоретические сведения об основных методах решения задач вычислительной математики. Представлены наиболее используемые методы численного решения уравнений и систем, приближения функций, алгоритмы приближенного дифференцирования и интегрирования, методы решения дифференциальных уравнений. Рассматриваются вопросы, связанные с математическим моделированием и вычислительным экспериментом.

Курс лекций предназначен для студентов физико-математического профиля.

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19я73

© ВГУ имени П.М. Машерова, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
<i>Тема 1</i> Основы теории погрешности вычислений	7
1.1 Приближенные числа и погрешности	7
1.2 Вещественные числа и их округление в компьютере	8
1.3 Оценка погрешности функции	10
1.3.1 Метод границ	10
1.3.2 Дифференциальная оценка погрешности	11
<i>Тема 2</i> Решение алгебраических и трансцендентных уравнений с одной переменной	12
2.1 Метод половинного деления	13
2.2 Метод простой итерации. Обоснование сходимости	15
2.3 Метод Ньютона (метод касательных)	19
2.4 Метод секущих	20
<i>Тема 3</i> Решение систем линейных алгебраических уравнений	21
3.1 Метод Гаусса и его модификации	22
3.2 Метод квадратного корня	24
3.3 Обращение матриц	26
3.4 Метод итерации	26
3.4.1 Достаточное условие сходимости метода итераций	29
3.4.2 Оценка погрешности приближений процесса итерации	32
3.5 Метод Зейделя	33
<i>Тема 4</i> Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных	34
4.1 Линейная и квадратичная функции	35
4.2 Приближение различными элементарными функциями	36
4.2.1 Степенная функция	36
4.2.2 Показательная функция	37
4.2.3 Логарифмическая функция	37
4.2.4 Обратно-пропорциональная функция	37
4.2.5 Дробно-линейная функция	38
4.2.6 Дробно-рациональная функция	38
4.3 Погрешность метода наименьших квадратов	39
<i>Тема 5</i> Интерполирование функций	39
5.1 Интерполяционная формула Лагранжа	41
5.2 Схема Эйткена	42
5.3 Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа	43
5.4 Конечные разности различных порядков. Таблица разностей	44
5.5 Первая интерполяционная формула Ньютона	45
5.6 Вторая интерполяционная формула Ньютона	47
5.7 Оценки погрешностей интерполяционных формул Ньютона	48

Тема 6 Численное дифференцирование функций	49
6.1 Вычисление производных по двум/трем точкам	49
6.2 Численное дифференцирование на основе интерполяционных многочленов	51
6.2.1 Формулы численного дифференцирования, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона	52
6.2.2 Численное дифференцирование для равноотстоящих то- чек на основе интерполяционной формулы Лагранжа	53
Тема 7 Численное интегрирование	54
7.1 Квадратурные формулы Ньютона-Котеса	55
7.2 Формула трапеций и ее остаточный член. Общая формула трапе- ций (правило трапеций)	56
7.3 Формула Симпсона и ее остаточный член. Общая формула Симп- сона (параболическая формула)	58
7.4 Об оценке точности квадратурных формул	61
7.5 Метод Монте-Карло	62
Тема 8 Методы решения задачи Коши для обыкновенных дифферен- циальных уравнений	64
8.1 Метод ломаных Эйлера	66
8.2. Модификации метода Эйлера	67
8.3 Метод Рунге-Кутты	69
Тема 9 Компьютерное моделирование и вычислительные методы ...	70
9.1 Понятие модели и моделирования	71
9.2 Классификация моделей	72
9.3 Виды моделирования	74
9.4 Компьютерное и математическое моделирование	76
9.5 Вычислительный эксперимент	78
ЛИТЕРАТУРА	81